

子空间和、直和的区别与判定

对比维度	子空间和 V_1+V_2	子空间直和 $V_1 \oplus V_2$
定义	$V_1+V_2=\{\alpha_1+\alpha_2 \mid \alpha_1 \in V_1, \alpha_2 \in V_2\}$	若 V_1+V_2 中向量分解唯一，则称为直和
分解唯一性	分解不唯一	任意 $\alpha \in V_1+V_2$ ，唯一表示为 $\alpha=\alpha_1+\alpha_2$
交空间条件	$V_1 \cap V_2$ 包含非零向量	充要条件： $V_1 \cap V_2=\{0\}$
维数公式	$\dim(V_1+V_2)=\dim V_1+\dim V_2-\dim(V_1 \cap V_2)$	$\dim(V_1 \oplus V_2)=\dim V_1+\dim V_2$
基的关系	V_1 的一组基 + V_2 的一组基，可能线性相关	V_1 的一组基 + V_2 的一组基，合并后是 V_1+V_2 一组基
等价判定条件	无特殊等价，仅按定义	满足任一即可： 1. V_1+V_2 中每个向量分解唯一； 2. V_1+V_2 中零向量分解唯一； 2. $V_1 \cap V_2=\{0\}$； 3. $\dim(V_1+V_2)=\dim V_1+\dim V_2$。
几何意义	两个子空间有重叠部分，有公共非零向量	两个子空间无非零公共向量，维度不浪费
包含关系	直和一定是子空间和	子空间和不一定是直和

