

一元多项式环

比较维度	多项式（数域 P 上）	整数	类比意义
			均为代数系统中的基本研究对象，满足结合律、交换律、分配律。
基本元素	多项式 $f(x), g(x) \in P[x]$	整数 $a, b \in Z$	
带余除法	存在唯一的 $q(x), r(x)$ 使得 $f(x) = q(x)g(x) + r(x)$ ，且 $\deg(r(x)) < \deg(g(x))$	存在唯一的 q, r 使得 $a = qb + r$ ，且 $0 \leq r < b $	核心操作，用于定义整除、公因式等概念。
整除性	$g(x) \mid f(x)$ 当且仅当 $r(x) = 0$	$b \mid a$ 当且仅当 $r = 0$	均通过余数是否为零判断整除关系。
最大公因式	$(f(x), g(x))$ 是次数最高的公因式，可表示为 $u(x)f(x) + v(x)g(x)$	(a, b) 是最大正整数公因子，可表示为 $ua + vb$	贝祖定理的统一形式，体现线性组合的

			性质。
素数 / 不可约多项式	不可分解为更低次数的多项式乘积	素数不能分解为更小正整数的乘积	类比素数，是分解的基本单元。
因式分解定理	因式分解定理：假设数域 P 上的多项式 $f(x)$ 有 t 的最高次项系数为 a，则 $f(x) = ap_1(x)^{k_1} p_2(x)^{k_2} \cdots p_t(x)^{k_t}$。其中 $p_1(x), p_2(x), \cdots, p_t(x)$ 是数域 P 上的首项系数为 1 的不可约多项式。该分解式在不考虑 $p_1(x), p_2(x), \cdots, p_t(x)$ 的排列次序下是唯一的。 注：复系数多项式分解为一次多项式方幂的乘积，实系数多项式分解为一次或二次多项式方幂的乘积）	算术基本定理：任何一个大于 1 的自然数 n，如果 n 不是质数，则可以唯一分解成有限个质数的乘积，即 $n = p_1^{a_1} p_2^{a_2} \cdots p_k^{a_k}$ 其中 $p_1 < p_2 < \cdots < p_k$ 均为质数，a_i 是正整数，$i = 1, 2, \cdots, k$。这种分解方式在不考虑质因数顺序的情况下是唯一的。	分解唯一性的核心理论，差异源于数域特性。
应用领域	信号处理、密码学（如 RSA、ECC）、	密码学（RSA）、数论、组合数学	分解困难性在密码学

控制系统

中均有应用，如整数
分解与多项式分解的
安全性。